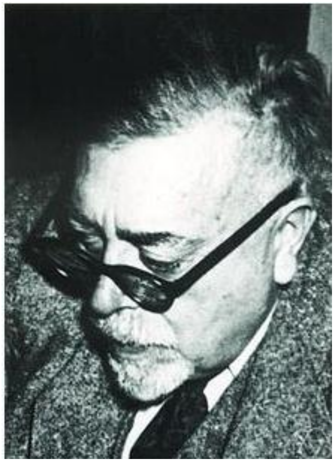
第五章 维纳滤波

- 5.1 维纳滤波问题描述
- 5.2 维纳滤波器的时域解
- 5.3 维纳预测器
- 5.4 维纳滤波器的应用

5.1 维纳滤波问题描述……

Norbert Wiener



- 美国数学家
- BS at Tufts College
- PhD at Harvard University
- 1942年首次出版的书籍《Extrapolation，Interpolation，and Smoothing of Stationary Time Series》（平稳时间序列的外延、内插和平滑）

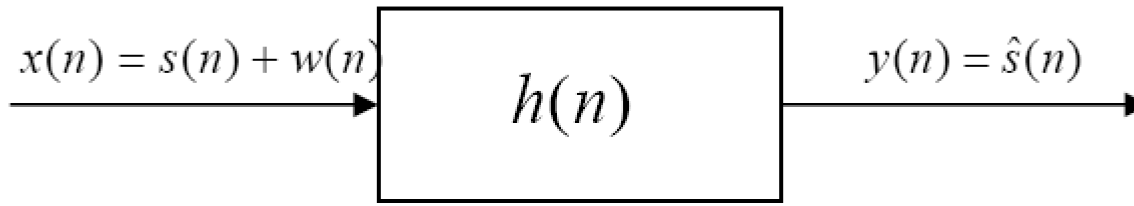
被引用次数：5328

5.1 维纳滤波问题描述……

$x(n)$ 观察/测量数据

$s(n)$ 真实信号

$w(n)$ 加性噪声/干扰



$$\hat{s}(n)=x(n)*h(n)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}h(m)x(n-m)$$ 线性估计问题

$$e(n)=s(n)-\hat{s}(n)$$ 估计误差

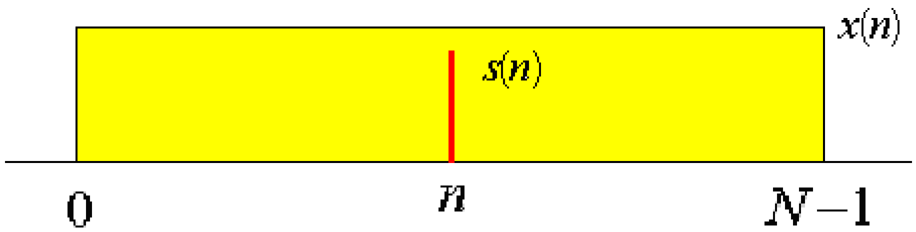
$$E\left[e^2(n)\right]=E[(s(n)-\hat{s}(n))^2]=\min\Rightarrow h(n)$$

最小均方误差估计
(minimum mean-square error)

维纳滤波->对真实信号的最小均方误差估计问题.

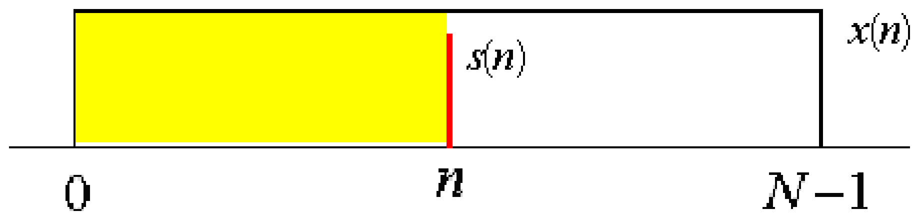
5.1 维纳滤波问题描述

平滑



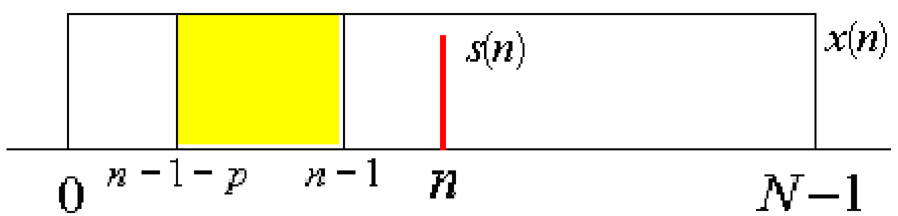
$$\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{N\text{-}1}h(n-m)x(m)$$

滤波



$$\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{n}h(n-m)x(m)$$

预测



$$\hat{s}(n)=\sum_{m=n\text{-}1\text{-}p}^{n\text{-}1}h(n-m)x(m)$$

这里我们只考虑滤波和预测问题！

5.2 维纳滤波器的时域解……

●5.2.1 因果的维纳滤波器

设$h(n)$是物理可实现的，也即因果序列：

$$h(n)=0,\ n<0$$

$$y(n)=\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{+\infty} h(m)x(n-m)$$

$$E\left[e^2(n)\right]=E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty} h(m)x(n-m)\right)^2\right]$$

将上式对$h(m)$求偏导(m=0,1,2,…)，得：

$$2E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty} h_{opt}(m)x(n-m)\right)x(n-j)\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots$$

5.2 维纳滤波器的时域解……

$$2E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)x(n-m))x(n-j)\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots$$

即：

$$E[s(n)x(n-j)]=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)E[x(n-m)x(n-j)] \qquad j\geq 0$$

用相关函数***R***来表达上式，则得到维纳一霍夫方程的离散形式：

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j\geq 0$$

5.2 维纳滤波器的时域解……

从维纳—霍夫方程中解出的h就是最小均方误差下的最佳h: $h_{\mathrm{opt}}(n)$。求到$h_{\mathrm{opt}}(n)$,这时的均方误差为最小：

$$E\left[e^2(n)\right]_{\min} = E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{+\infty} h_{opt}(m)x(n-m)\right)^2\right]$$

$$= E\left[s^2(n) - 2s(n)\sum_{m=0}^{+\infty} h(m)x(n-m) + \sum_{m=0}^{+\infty}\sum_{r=0}^{+\infty} h_{opt}(m)x(n-m)h_{opt}(r)x(n-r)\right]$$

$$= R_{ss}(0) - 2\sum_{m=0}^{+\infty} h_{opt}(m)R_{xs}(m) + \sum_{m=0}^{+\infty} h_{opt}(m)\underbrace{\left[\sum_{r=0}^{+\infty} h_{opt}(r)R_{xx}(m-r)\right]}_{R_{xs}(m)}$$

$$E\left[e^2(n)\right]_{\min} = R_{ss}(0) - \sum_{m=0}^{+\infty} h_{opt}(m)R_{xs}(m)$$

5.2 维纳滤波器的时域解……

●5.2.2 有限脉冲响应法求解维纳-霍夫方程

如何求解维纳一霍夫方程，即下式$h_{opt}(n)$。

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m)\qquad j\geq 0$$

有限脉冲响应指$h(n)$是因果序列，并且序列长度为N，则：

$$y(n)=\hat{s}(n)=\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)$$

$$E\left[e^2(n)\right]=E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m)\right)^2\right]$$

$$2E\left[\left(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)x(n-m)\right)x(n-j)\right]=0\qquad j=0,1,2\cdots N-1$$

$$E\left[s(n)x(n-j)\right]=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)E\left[x(n-m)x(n-j)\right]\qquad j=0,1,\cdots N-1$$

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m)\qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

5.2 维纳滤波器的时域解……

于是得到N个线性方程：

$$\begin{cases} j=0 & R_{xs}(0)=h(0)R_{xx}(0)+h(1)R_{xx}(1)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(N-1) \\ j=1 & R_{xs}(1)=h(0)R_{xx}(1)+h(1)R_{xx}(0)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots \\ j=N-1 & R_{xs}(N-1)=h(0)R_{xx}(N-1)+h(1)R_{xx}(N-2)+\cdots+h(N-1)R_{xx}(0) \end{cases}$$

转化成矩阵形式：

$$\begin{bmatrix} R_{xx}(0) & R_{xx}(1) & \cdots & R_{xx}(N-1) \\ R_{xx}(1) & R_{xx}(0) & \cdots & R_{xx}(N-2) \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ R_{xx}(N-1) & R_{xx}(N-2) & \cdots & R_{xx}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h(0) \\ h(1) \\ \vdots \\ h(N-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{xs}(0) \\ R_{xs}(1) \\ \vdots \\ R_{xs}(N-1) \end{bmatrix}$$

简化形式：$\mathbf{R_{xx}H=R_{xs}}$ → 互相关序列

待求单位脉冲响应

自相关矩阵

5.2 维纳滤波器的时域解……

只要R_{xx}是非奇异的，就可以求单位脉冲响应H：

$$\mathbf{H}=\mathbf{R_{xx}}^{-1}\mathbf{R_{xs}}$$

求到$h_{opt}(n)$,这时的均方误差为最小：

$$E\left[e^2(n)\right]_{\min} = E\left[(s(n)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)x(n-m))^2\right]$$

$$= E[s^2(n) - 2s(n)\sum_{m=0}^{N-1}h(m)x(n-m) + \sum_{m=0}^{N-1}\sum_{r=0}^{N-1}h_{opt}(m)x(n-m)h_{opt}(r)x(n-r)]$$

$$= R_{ss}(0) - 2\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xs}(m) + \sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)\left[\sum_{r=0}^{N-1}h_{opt}(r)R_{xx}(m-r)\right]$$

进一步简化：

$$R_{xs}(m)$$

$$E[e^2(n)]_{\min} = R_{ss}(0) - \sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xs}(m)$$

5.2 维纳滤波器的时域解……

当有限长的*N*不大时，可以通过下式求解：

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m)\qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

当有限长的*N*较大时，可以通过下式求解：

$$\mathbf{H}=\mathbf{R_{xx}}^{-1}\mathbf{R_{xs}}$$

举例：若信号**s(n)**与噪声**w(n)**互不相关，即：

$$R_{sw}(m)=R_{ws}(m)=0$$

则有：

$$R_{xs}(m)=E[x(n)s(n+m)]=E[s(n)s(n+m)+w(n)s(n+m)]=R_{ss}(m)$$

$$R_{xx}(m)=E[(s(n)+w(n))(s(n+m)+w(n+m))]=R_{ss}(m)+R_{ww}(m)$$

5.2 维纳滤波器的时域解

有限长序列维纳—霍夫方程和均方误差转化如下：

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m)\qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

$$\downarrow$$

$$R_{ss}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)[R_{ss}(j-m)+R_{ww}(j-m)]\qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{ss}(0)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xs}(m)$$

$$\downarrow$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{ss}(0)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{ss}(m)$$

【例5-1】参见教材pp.72

5.3 维纳预测器……

上节主要用当前观测信号$x(n)$和过去观测数据$x(n-1)$、$x(n-2)$、$x(n-3)$……来估计当前信号值 $y(n)=\hat{s}(n)$

本节主要用当前观测信号$x(n)$和过去观测数据$x(n-1)$、$x(n-2)$、$x(n-3)$……来估计当前或将来的信号值。

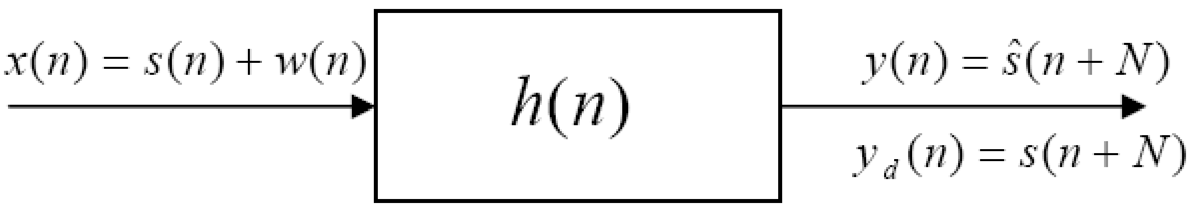
$$y(n)=\hat{s}(n+N),\ \mathrm{N}\geq 0$$

也是用真值和估计值的均方差最小为估计准则。

5.3 维纳预测器……

●5.3.1 因果的维纳滤波预测器

如下图所示就是维纳预测器的模型（N>0），$y_d(n)$是期望得到的输出，$y(n)$是实际的估计值。



与维纳滤波器的推导一样，设$h(n)$是物理可实现的，即因果序列：$h(n)=0$，当$n<0$时，则有

$$y(n) = \hat{s}(n+N) = \sum_{m=0}^{+\infty} h(m)x(n-m)$$

$$E\left[e^2(n)\right] = E\left[\left(s(n+N) - \sum_{m=0}^{+\infty} h(m)x(n-m)\right)^2\right]$$

5.3 维纳预测器……

要使均方误差最小，则将上式对***h*(*m*)**分别求偏导，并且等于**0**，则：

$$2E\left[\left(s(n+N)-\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)x(n-m)\right)x(n-j)\right]=0 \qquad j=0,1,2\cdots$$

即：

$$E[s(n+N)x(n-j)]=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)E[x(n-m)x(n-j)] \qquad j\geq 0$$

用相关函数***R***来表达上式：

$$R_{xs}(N+j)=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j\geq 0$$

如果是***N***点长序列，则有：

$$R_{xs}(N+j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

5.3 维纳预测器……

5.3.2 一步线性预测器

对于纯预测问题（没有噪声信号**w(n)**）,有：

$$y(n)=\hat{x}(n+N)=\sum_{m=0}^{+\infty}h(m)x(n-m)$$

然而预测的问题往往建立在过去的**p**个观测值的基础上来预测当前值，即：

$$y(n)=\hat{x}(n)=\sum_{m=1}^{p}h(m)x(n-m)$$

这就是一步线性预测公式，常用如下式子表示：

$$\hat{x}(n)=-\sum_{m=1}^{p}a_m^p x(n-m)$$

5.3 维纳预测器……

$$\hat{x}(n) = -\sum_{m=1}^{p} a_m^p x(n-m)$$

式中，**p**为阶数，$a_m^p = -h(m)$。预测的均方误差为：

$$E[e^2(n)] = E[(x(n) + \sum_{m=1}^{p} a_m^p x(n-m))^2]$$

$$= R_{xx}(0) + 2[\sum_{m=1}^{p} a_m^p R_{xx}(m)] + \sum_{m=1}^{p}\sum_{l=1}^{p} a_m^p a_l^p R_{xx}(l-m)$$

要使均方误差最小，将上式右边分别对 a_m^p 求偏导，得**p**个等式：

$$R_{xx}(l) + \sum_{m=1}^{p} a_m^p R_{xx}(l-m) = 0 \qquad l = 1,2,\cdots p$$

最小均方误差为：

$$E[e^2(n)]_{\min} = R_{xx}(0) + \sum_{m=1}^{p} a_m^p R_{xx}(m)$$

5.3 维纳预测器……

$$\begin{cases} R_{xx}(l)+\sum_{m=1}^{p} a_m^p R_{xx}(l-m)=0 \qquad l=1,2,\cdots p \\ E[e^2(n)]_{\min}=R_{xx}(0)+\sum_{m=1}^{p} a_m^p R_{xx}(m) \end{cases} \longrightarrow \text{Yule-Walker方程}$$

$$\begin{cases} R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1} h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j=0,1,2,\cdots,N-1 \\ E[e^2(n)]_{\min}=R_{ss}(0)-\sum_{m=0}^{N-1} h_{opt}(m)R_{xs}(m) \end{cases} \longrightarrow \text{维纳-霍夫方程}$$

Yule-Walker方程与维纳-霍夫方程比较：

（1）维纳-霍夫方程要估计的量是*s*(*n*), Yule-Walker方程估计的量是*x*(*n*)本身；

（2）维纳-霍夫方程要已知*x*(*n*)与*s*(*n*)的互相关函数，实际中往往是未知的， Yule-Walker方程只需*x*(*n*)的自相关函数。

结论： Yule-Walker方程比维纳-霍夫方程更具有实用价值。

5.3 维纳预测器

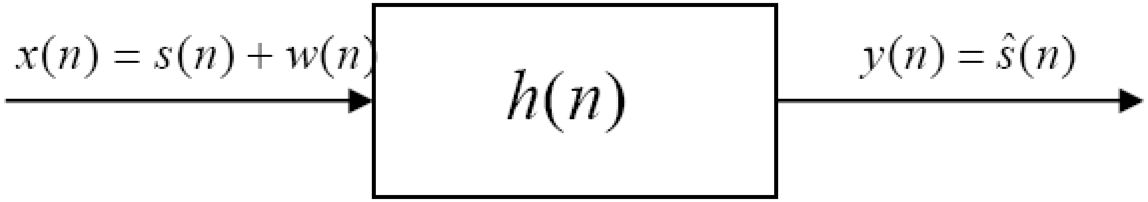
pp.81,【例5-5】

回顾

1、滤波器的目的?

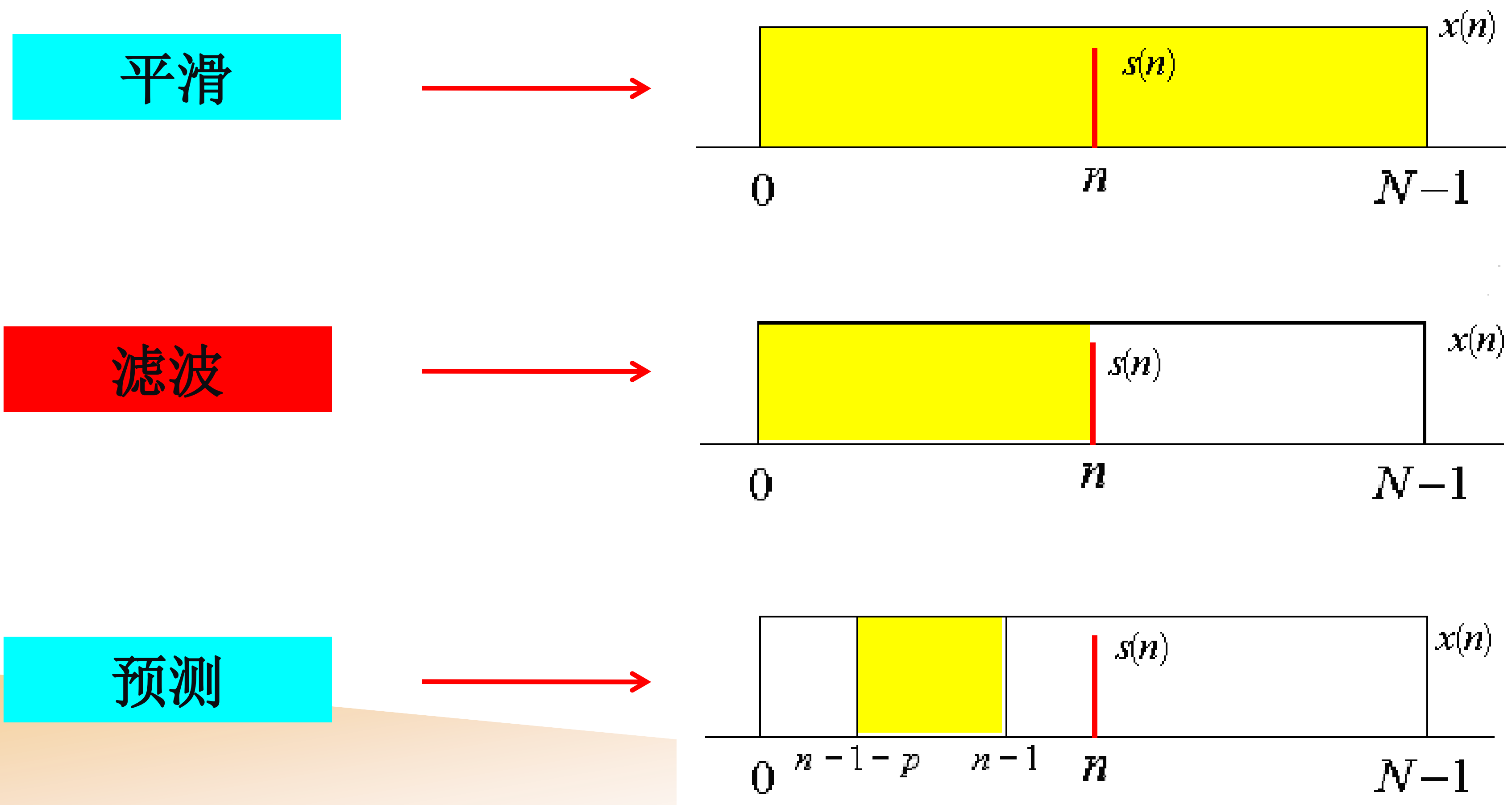
信号和干扰以及随机噪声同时输入滤波器时，在输出端能将信号的尽可能精确的还原出来。

2、维纳滤波器的输入与输出的关系?



回顾

3、平滑（内插）、滤波、预测的概念？



回顾

4、判断维纳滤波器的类型

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j\ge 0$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{ss}(0)-\sum_{m=0}^{+\infty}h_{opt}(m)R_{xs}(m)$$

→ 因果维纳-霍夫方程

$$R_{xs}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{xx}(j-m) \qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{ss}(0)-\sum_{m=0}h_{opt}(m)R_{xs}(m)$$

→ 有限脉冲维纳-霍夫方程

$$R_{ss}(j)=\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)[R_{ss}(j-m)+R_{ww}(j-m)] \qquad j=0,1,2,\cdots,N-1$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{ss}(0)-\sum_{m=0}^{N-1}h_{opt}(m)R_{ss}(m)$$

→ 信号与噪声不相关的有限脉冲维纳-霍夫方程

$$R_{xx}(l)+\sum^{p}a_m^pR_{xx}(l-m)=0 \qquad l=1,2,\cdots p$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{xx}(0)+\sum_{m=1}^{p}a_m^pR_{xx}(m)$$

→ **Yule-Walker方程**

回顾

5、将【例5-5】中的*p*=3，实现一步线性预测器，

并求最小均方误差。

$$R_{xx}(l)+\sum_{m=1}^{p}a_m^pR_{xx}(l-m)=0 \qquad l=1,2,\cdots p$$

$$E[e^2(n)]_{\min}=R_{xx}(0)+\sum_{m=1}^{p}a_m^pR_{xx}(m)$$

5.4 维纳滤波器的应用……

- 应用例子1：维纳滤波方法提取脑电诱发电位

维纳滤波器的传递函数：

$$H(w)=\frac{S_s(w)}{S_s(w)+\dfrac{S_n(w)}{N}} \xrightarrow{\text{相干函数加权构造的维纳滤波器：}} H(w,i)=\frac{S_s(w,i)}{S_s(w,i)+\dfrac{S_n(w,i)}{N}}$$

两信号的相干函数：

$$\gamma_{xy}(w)=\frac{S_{xy}(w)}{|S_{xx}(w)S_{yy}(w)|^{\frac{1}{2}}}$$

前i次观测信号的功率谱密度和前i-1次的关系修正如下：

$$S_{\bar{x}}(w,i)=\frac{i-1}{i}S_{\bar{x}}(w,i-1)+\frac{1}{i}\gamma(w,i)S_x(w,i)$$

噪声修正如下：

$$S_{\bar{n}}(w,i)=\frac{i-1}{i}S_{\bar{n}}(w,i-1)+\frac{1}{i}(1-\gamma(w,i))S_x(w,i)$$

5.4 维纳滤波器的应用……

- 应用例子2：时-频平面维纳滤波在高分辨心电图的应用

对每次观测用短时傅立叶变换求时频表示（TFR）：

$$X_i(t,f)=S(t,f)+W_i(t,f)$$

对N次观测的时频表示（TFR）求平均：

$$\overline{X}_i(t,f)=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}X_i(t,f)=S(t,f)+W(t,f)$$

样本平均为：

$$\overline{x}(t)=s(t)+\frac{1}{N}\sum_{i-1}^{N}\ w_i(t),i=1,2,\cdots N$$

样本平均的时频表示（TFR）为：

$$\overline{X}(t,f)=S(t,f)+\frac{1}{N}W(t,f)$$

5.4 维纳滤波器的应用……

得到一个基于样本平均的简单时一频平面后验维纳滤波器：

$$h(t,f)=\frac{S(t,f)}{S(t,f)+\frac{1}{N}W(t,f)}$$

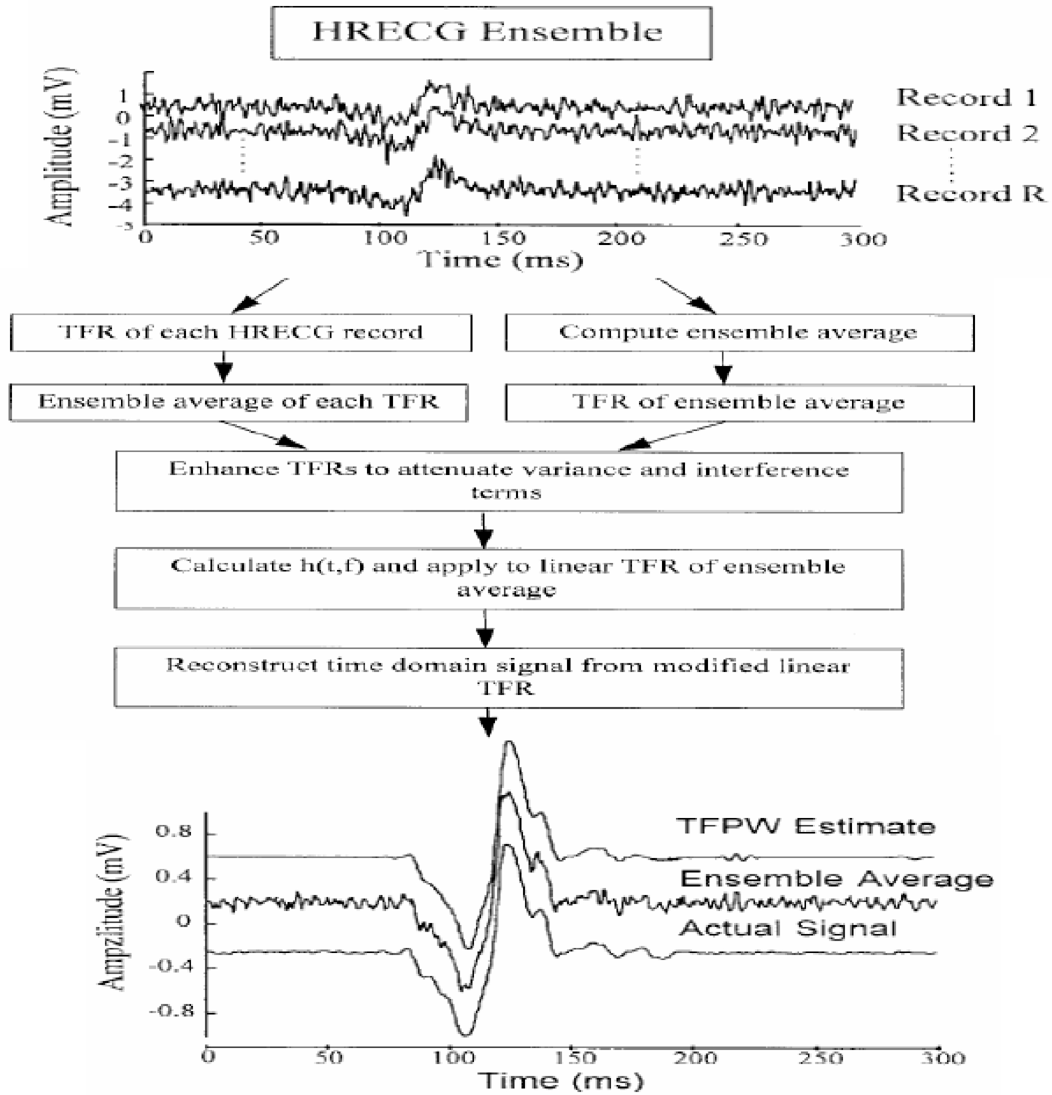
分别对 $\overline{X}_i(t,f)$ 和 $\overline{X}(t,f)$ 修正：

$$\overline{X}_i(t,f)=S(t,f)+\overline{W}_i(t,f)+\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}COV[S(t,f),W_i(t,f)]+\frac{1}{N}IF[\sum_{i=1}^{N}X_i(t,f)]$$

$$\overline{X}(t,f)=S(t,f)+\overline{W}(t,f)+COV[S(t,f),\overline{W}(t,f)]+IF[\overline{X}(t,f)]$$

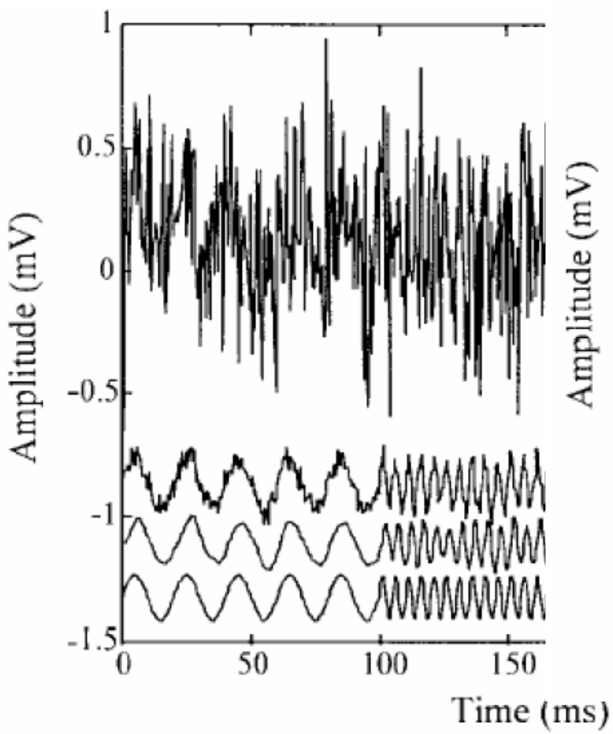
5.4 维纳滤波器的应用……

流程图如下：

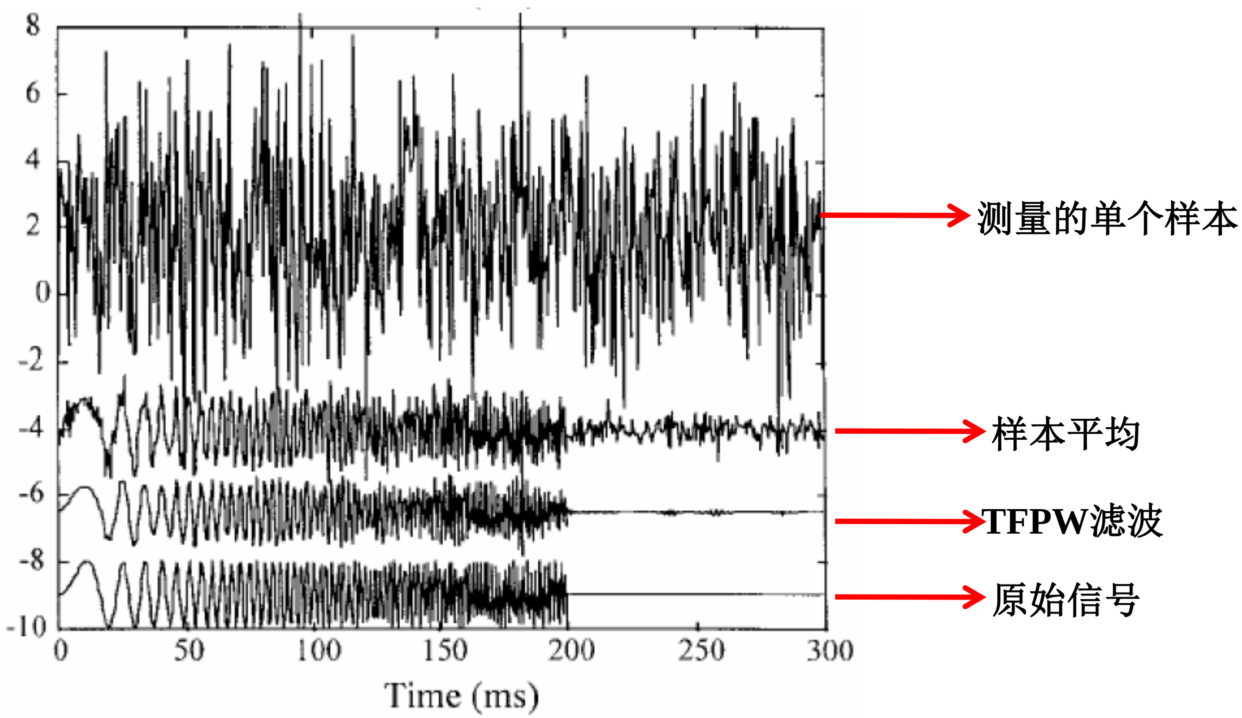


5.4 维纳滤波器的应用

结果如下：



（a）原信号是两个正弦波，观测信号混有白噪声



（b）原信号是线性调频信号，观测信号混有白噪声

本章小结

1、掌握：维纳滤波的数学模型；

2、熟悉：维纳滤波器的时域解；

3、了解：维纳预测器和维纳滤波的应用。

本章习题

1、总结和归纳维纳滤波器。

下集预告

第六章 卡尔曼滤波

实验三详解……

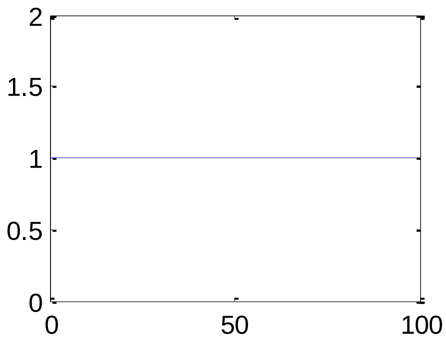
源程序：

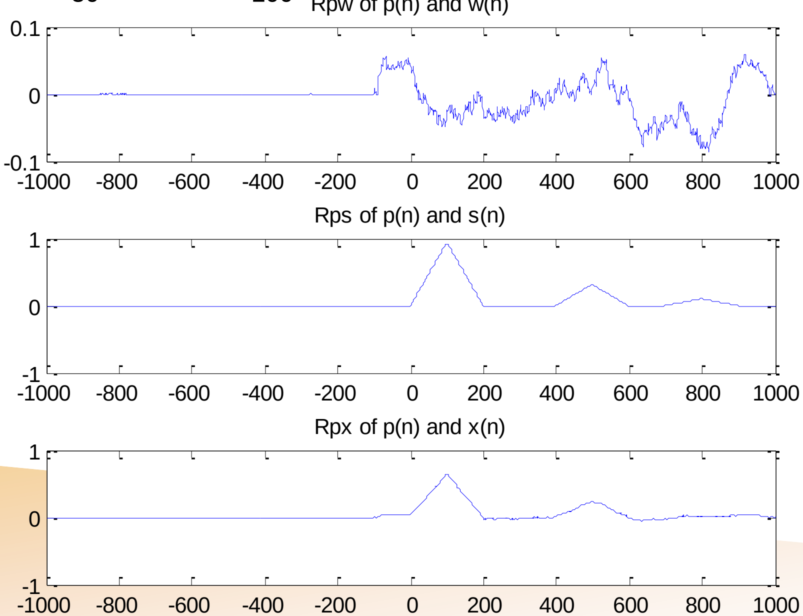
```
clear all
np = 0:99;
% p = sin(pi/5*np); % 正弦
% p = exp(-0.06*np); % 指数衰减
% p = sin(pi/5*np).*exp(-0.06*np); % 指数衰减正弦
p = ones(size(np)); % 方波
figure;
subplot(2,2,1); plot(np,p);

n = 0:1000;
w = randn(size(n));
s = zeros(size(n));
A = 3; % 衰减系数
s(100:199) = s(100:199)+A*p;
s(500:599) = s(500:599)+A/3*p;
s(800:899) = s(800:899)+A/3/3*p;
x = s+w;
figure;
subplot(3,1,1); plot(n,w); title('Noise');
subplot(3,1,2); plot(n,s); title('Signal');
subplot(3,1,3); plot(n,x); title('Signal with Noise');
```

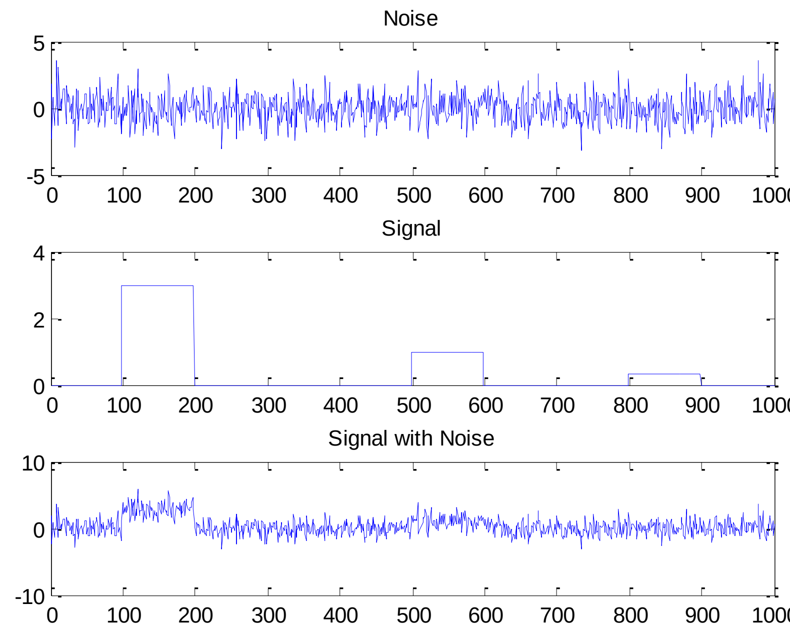
```
p = [p,zeros(1,length(x)-length(p))]; % 如果要求归一化相关系数（相干系数），两个序列要同样长
Rpw = xcorr(w,p,'coeff');
Rps = xcorr(s,p,'coeff');
Rpx = xcorr(x,p,'coeff');
n2 = (n(1)-n(end)):(n(end)-n(1));
figure;
subplot(3,1,1); plot(n2,Rpw);  title('Rpw of p(n) and w(n)');title('Rpw of p(n) and w(n)');
subplot(3,1,2); plot(n2,Rps);  title('Rps of p(n) and s(n)');title('Rps of p(n) and s(n)');
subplot(3,1,3); plot(n2,Rpx);  title('Rpx of p(n) and x(n)');title('Rpx of p(n) and x(n)');
```

实验三详解……

1、模板为方波信号，A=3，噪声均值为0，方差为1

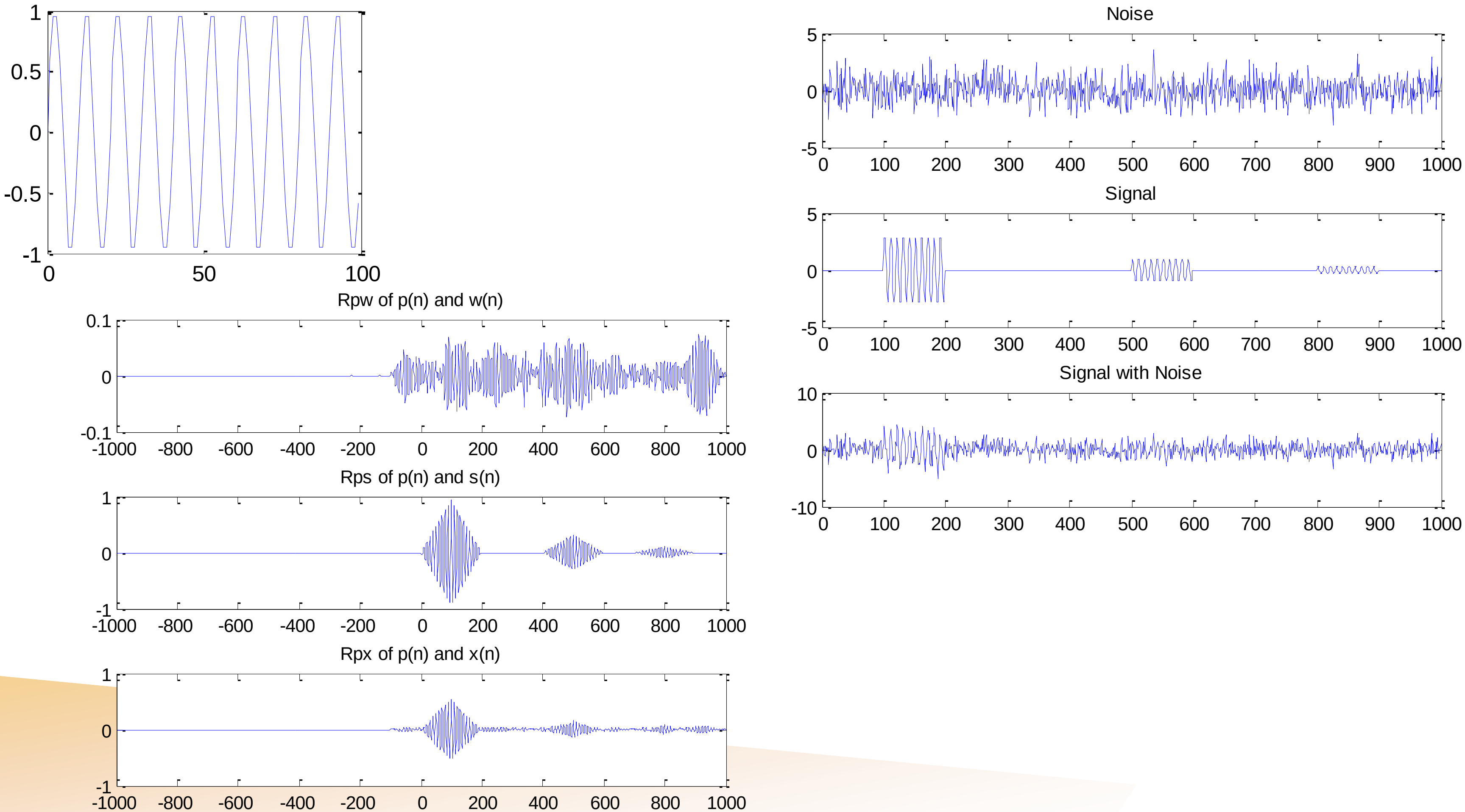






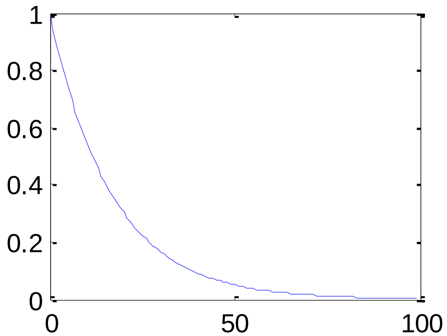
实验三详解……

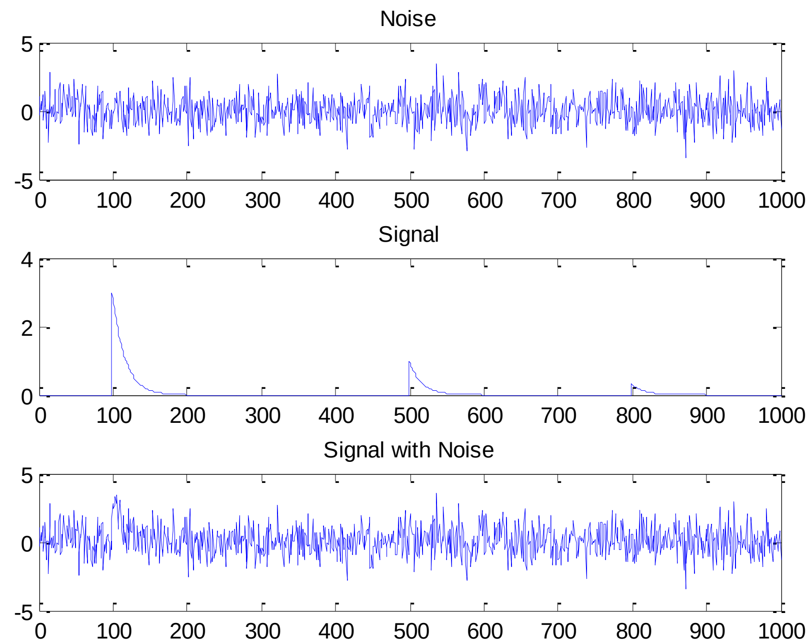
2、模板为正弦信号，A=3，噪声均值为0，方差为1

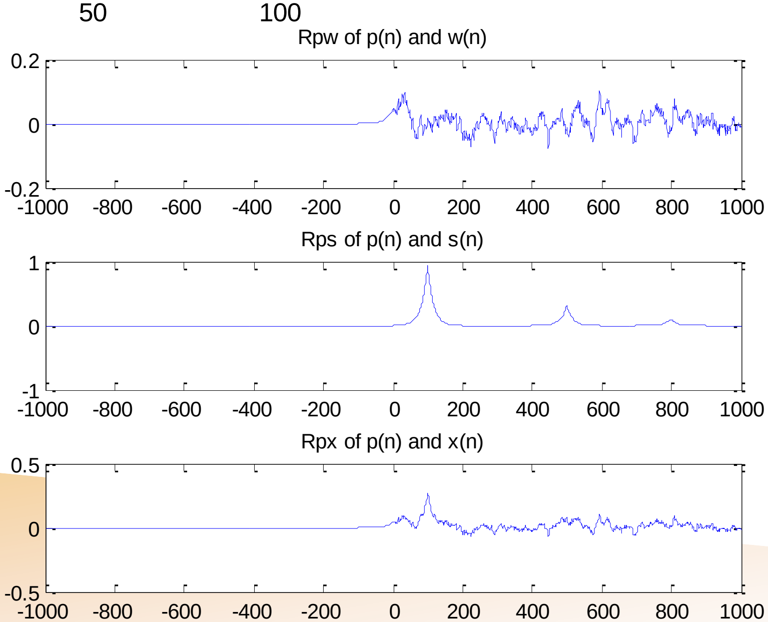


实验三详解……

3、模板为指数衰减信号，A=3，噪声均值为0，方差为1

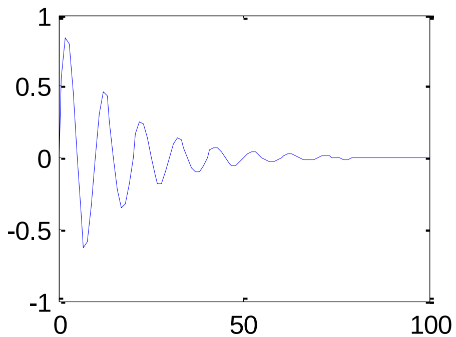


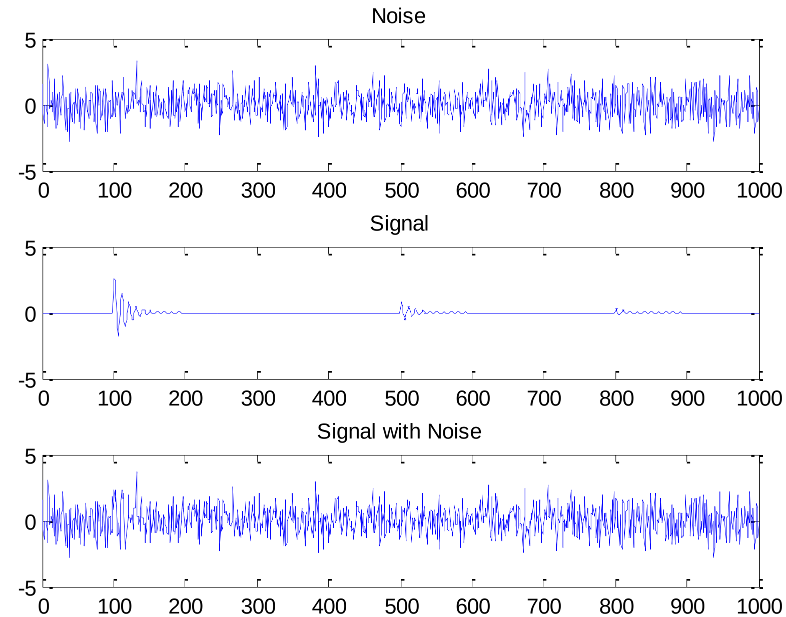


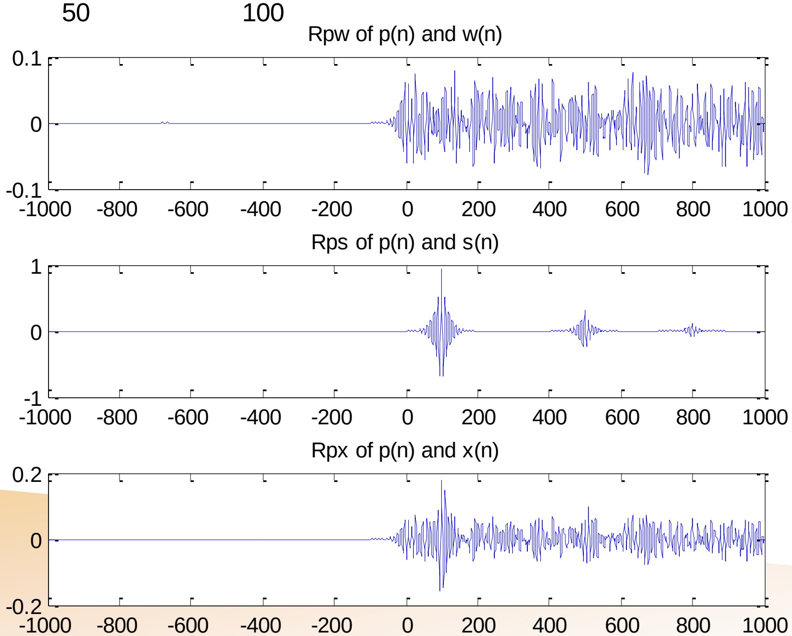


实验三详解……

4、模板为指数衰减正弦信号，A=3，噪声均值为0，方差为1



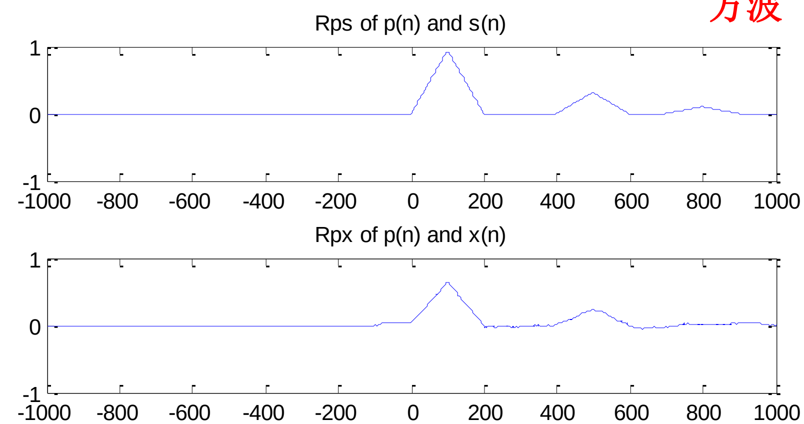




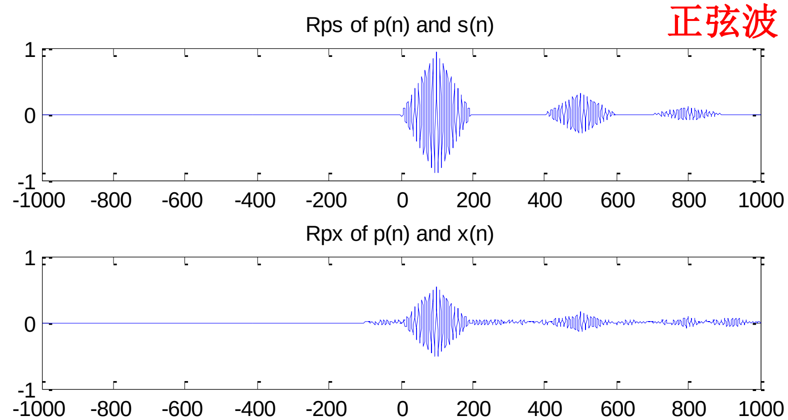
实验三详解……

5、只改变模板信号的形状，A=3，噪声均值为0，方差为1

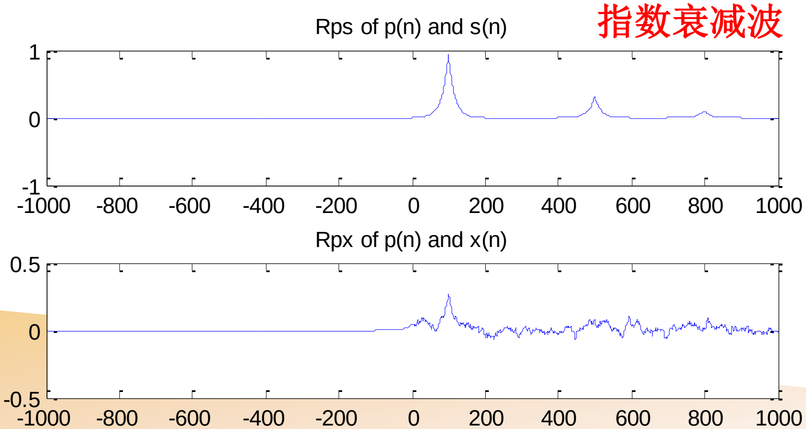
方波



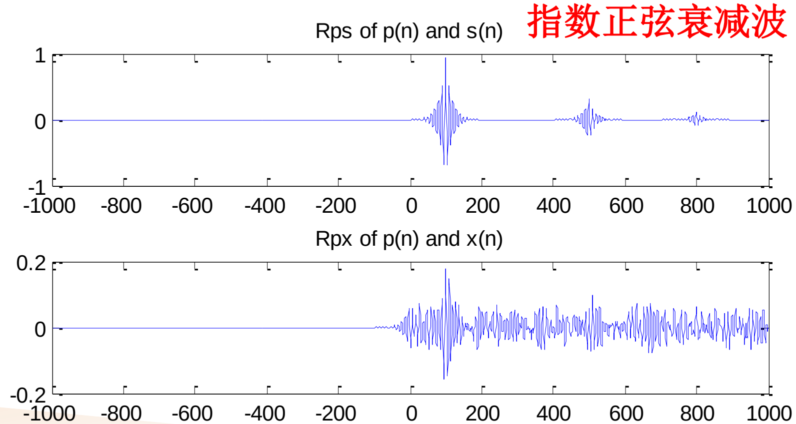
正弦波



指数衰减波

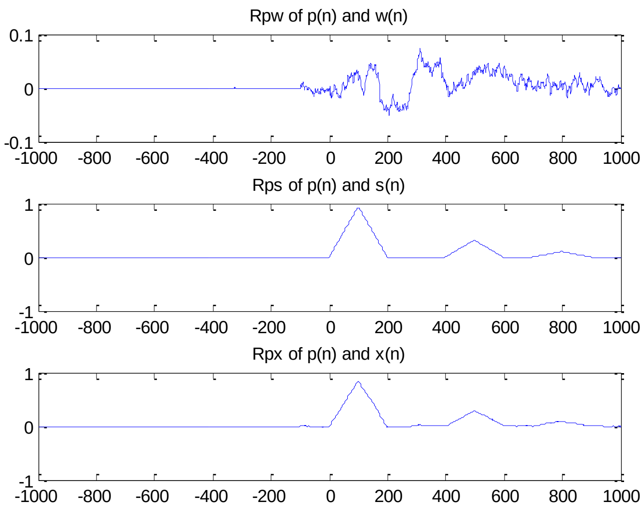


指数正弦衰减波

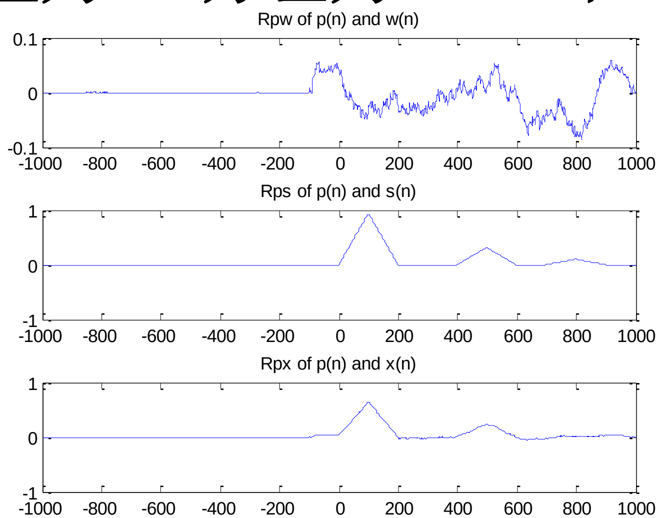


实验三详解……

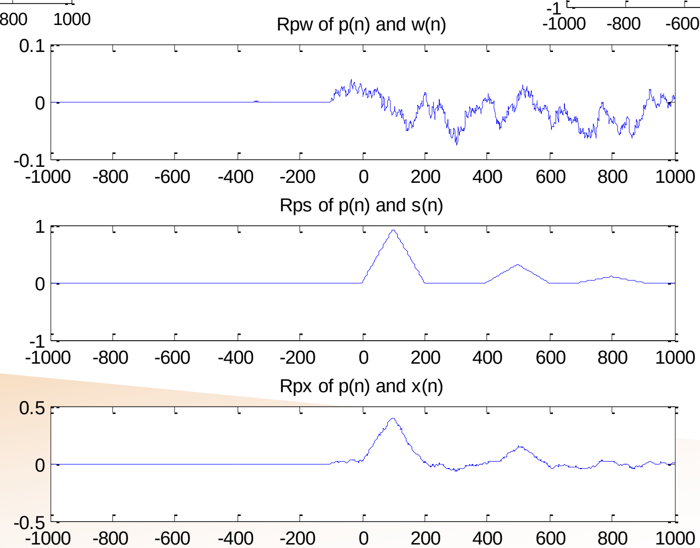
6、模板信号为方波，A=3，噪声均值为0，方差为0.5、1和2



噪声均值为0，方差为0.5



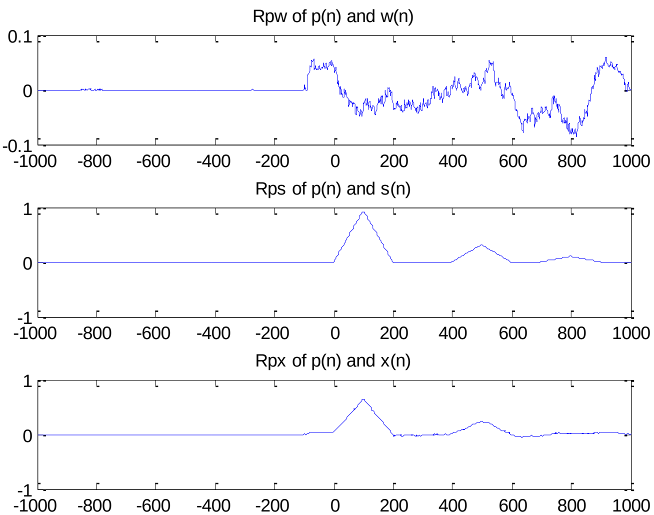
噪声均值为0，方差为1



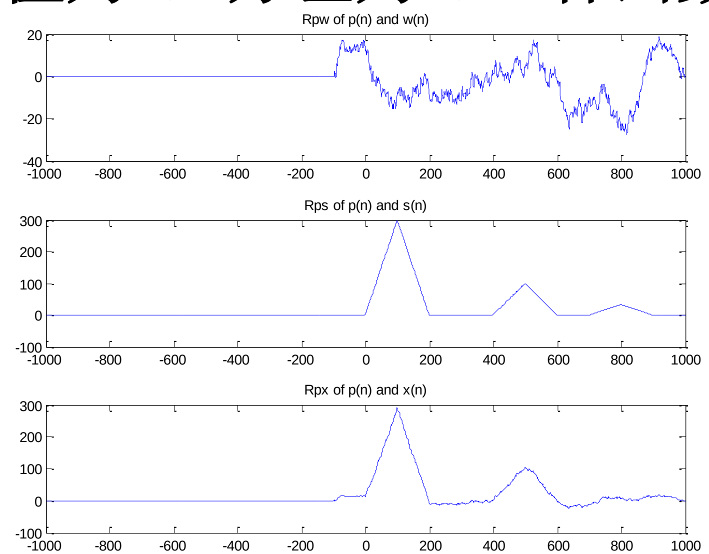
噪声均值为0，方差为2

实验三详解……

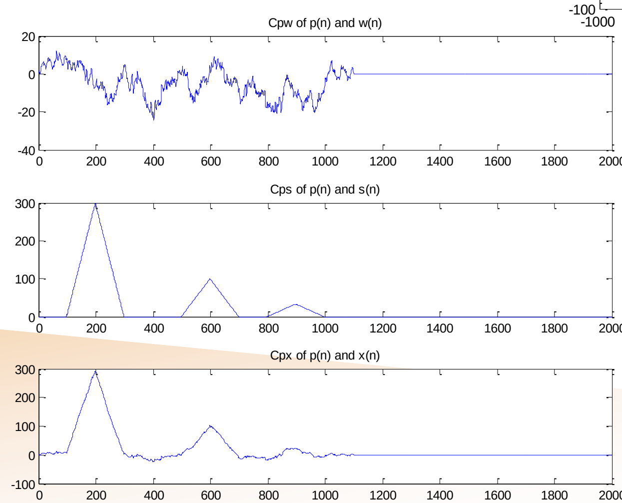
7、模板信号为方波，A=3，噪声均值为0，方差为1，3种函数：



线性互相干函数



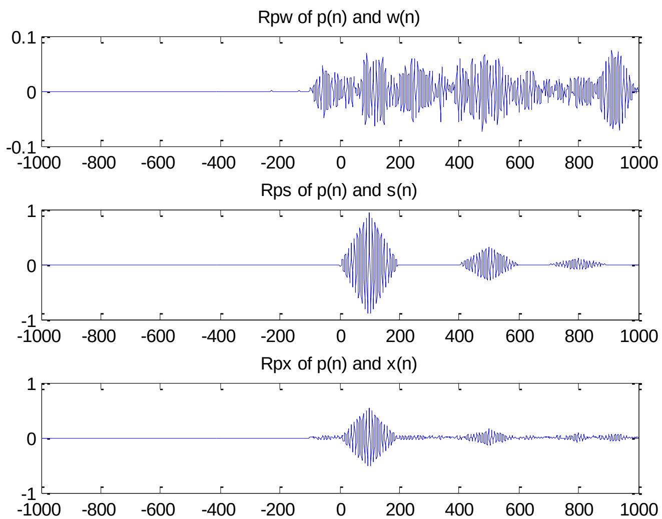
线性互相关函数



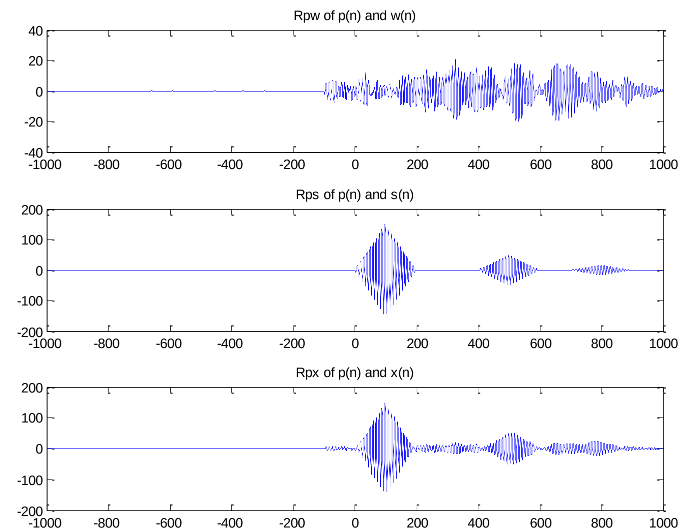
线性卷积函数

实验三详解……

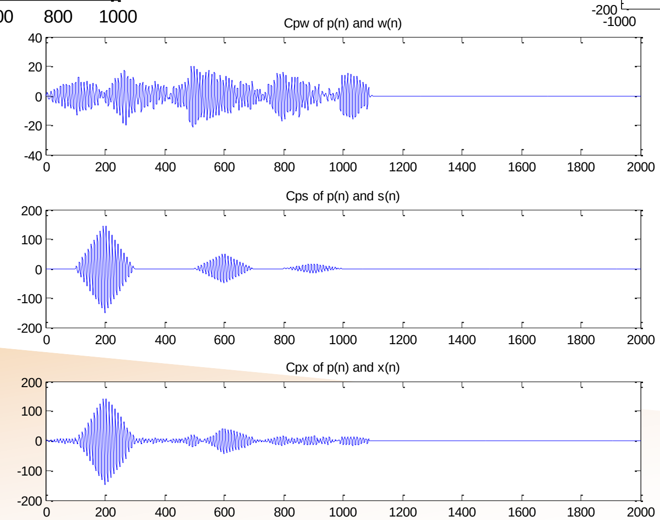
8、模板信号为正弦波，A=3，噪声均值为0，方差为1，3种函数：



线性互相干函数



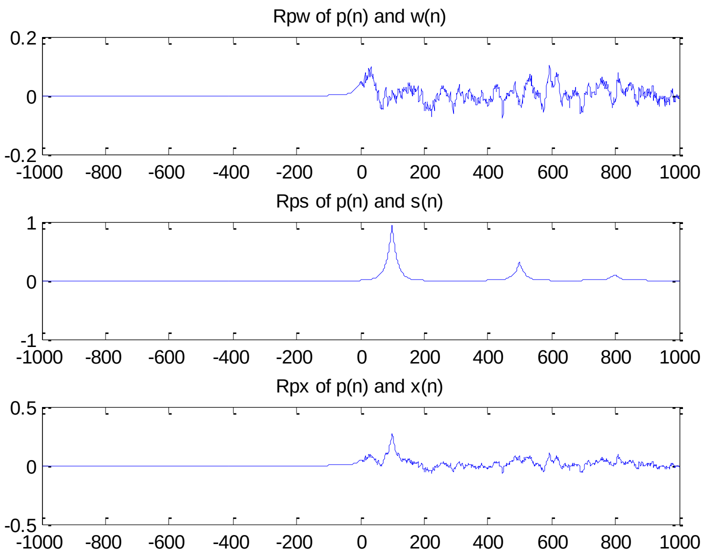
线性互相关函数



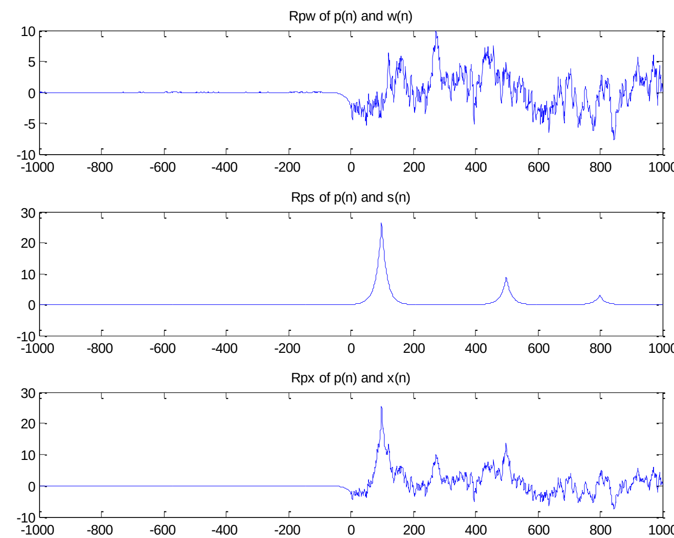
线性卷积函数

实验三详解……

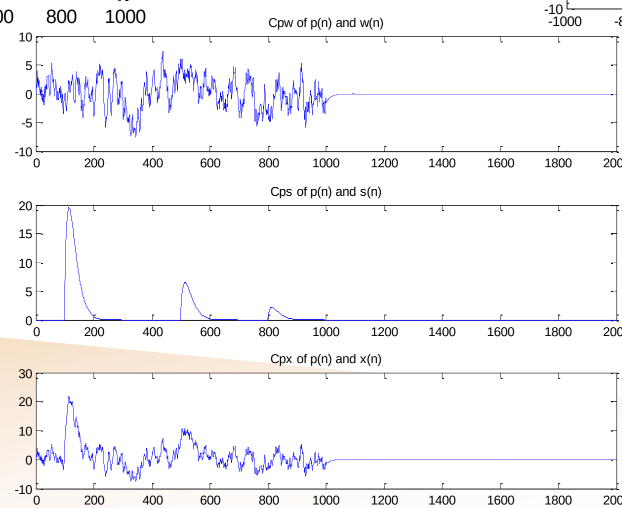
9、模板信号为指数衰减波，A=3，噪声均值为0，方差为1， 3种函数：



线性互相干函数



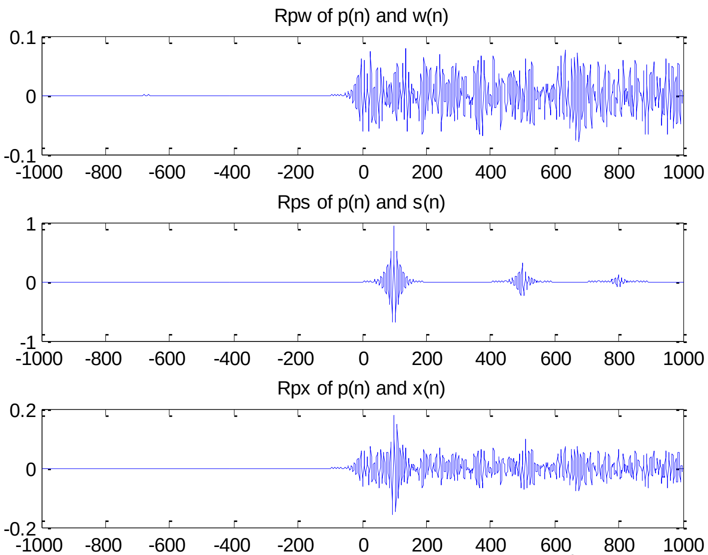
线性互相关函数



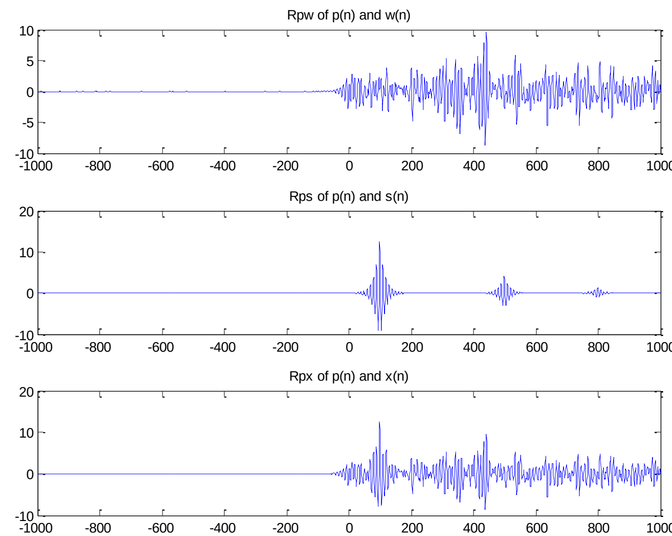
线性卷积函数

实验三详解

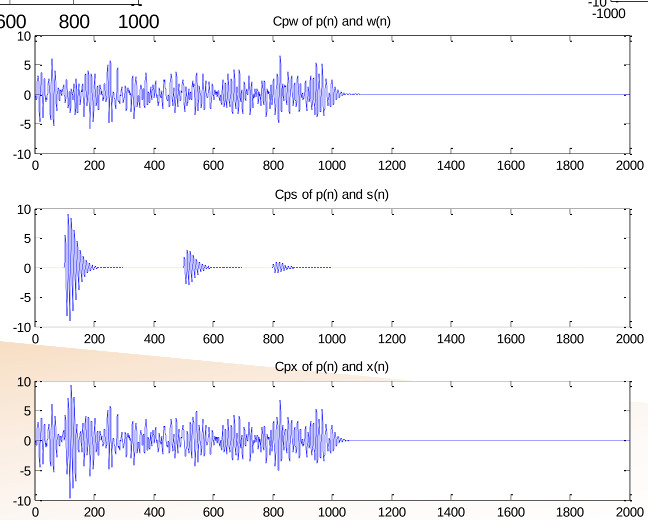
10、模板信号为指数衰减正弦波，A=3，噪声均值为0，方差为1，3种函数：



线性互相干函数



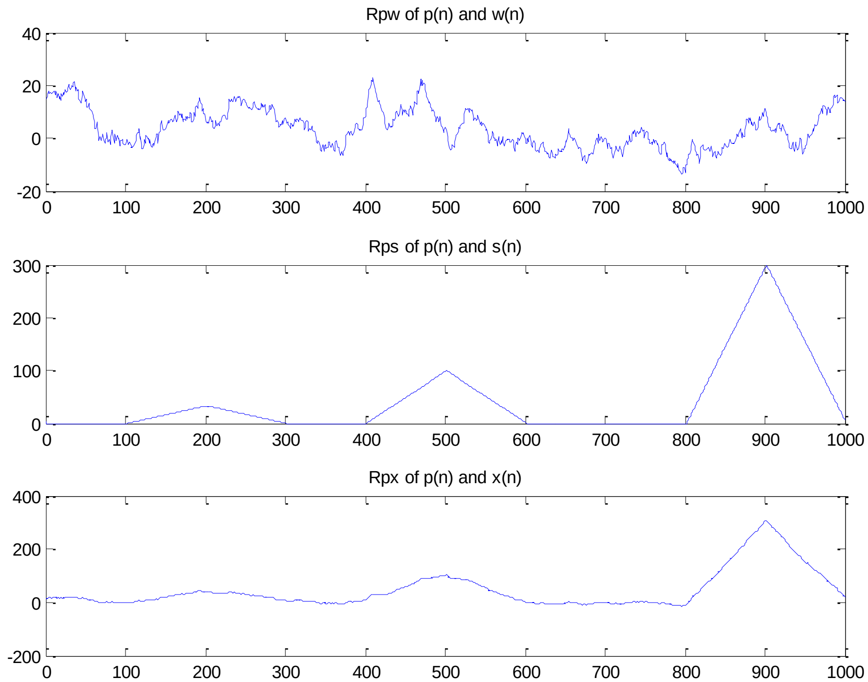
线性互相关函数



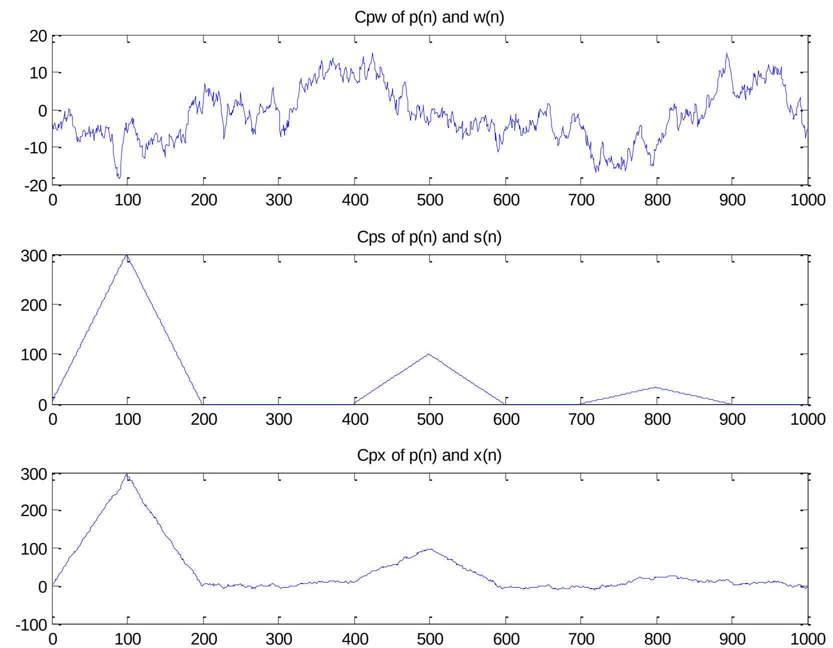
线性卷积函数

实验三详解

11、模板信号为方波，A=3，噪声均值为0，方差为1，2种循环函数：



1001点循环相关函数



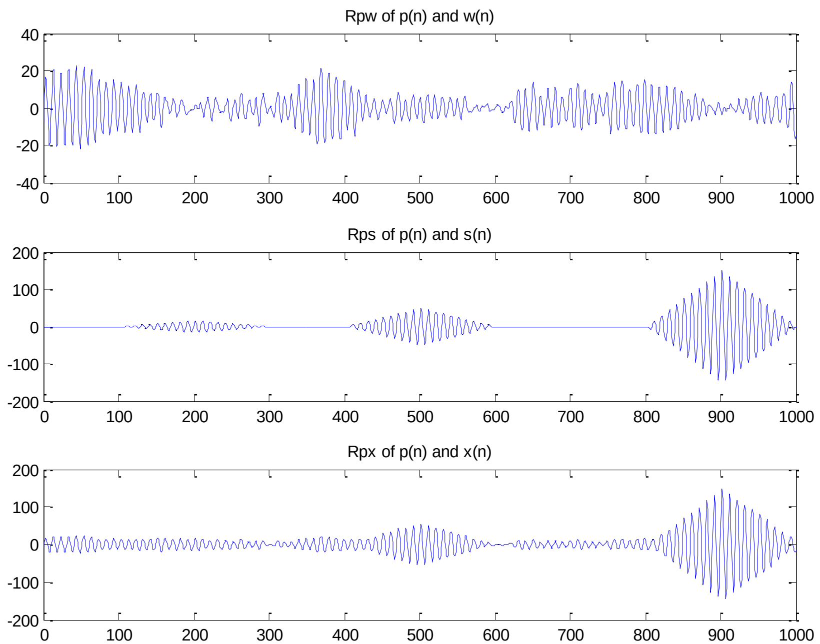
1001点循环卷积函数

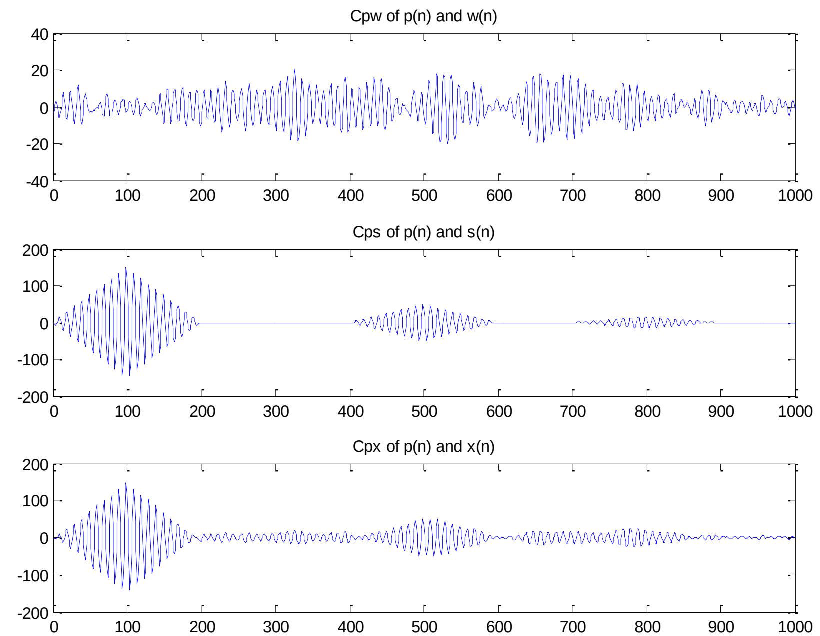
Vpw=circlel(p);Rpw=w*Vpw;
Vps=circlel(p);Rps=s*Vps;
Vpx=circlel(p);Rpx=x*Vpx;

Vpw=circler(p);Cpw=w*Vpw;
Vps=circler(p);Cps=s*Vps;
Vpx=circler(p);Cpx=x*Vpx;

实验三详解

12、模板信号为正弦波，A=3，噪声均值为0，方差为1，2种循环函数：





1001点循环相关函数

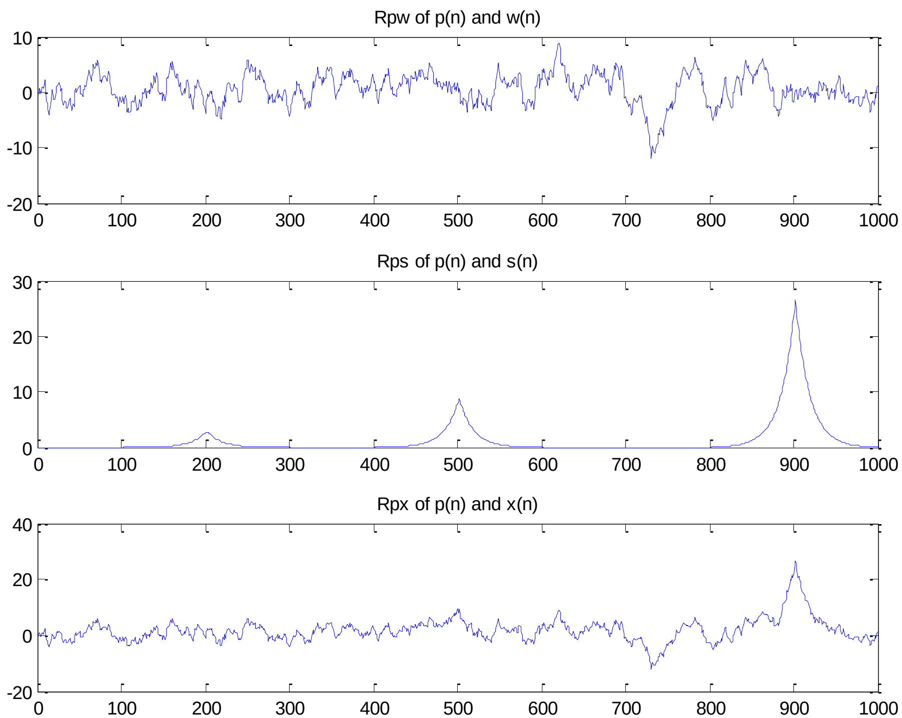
1001点循环卷积函数

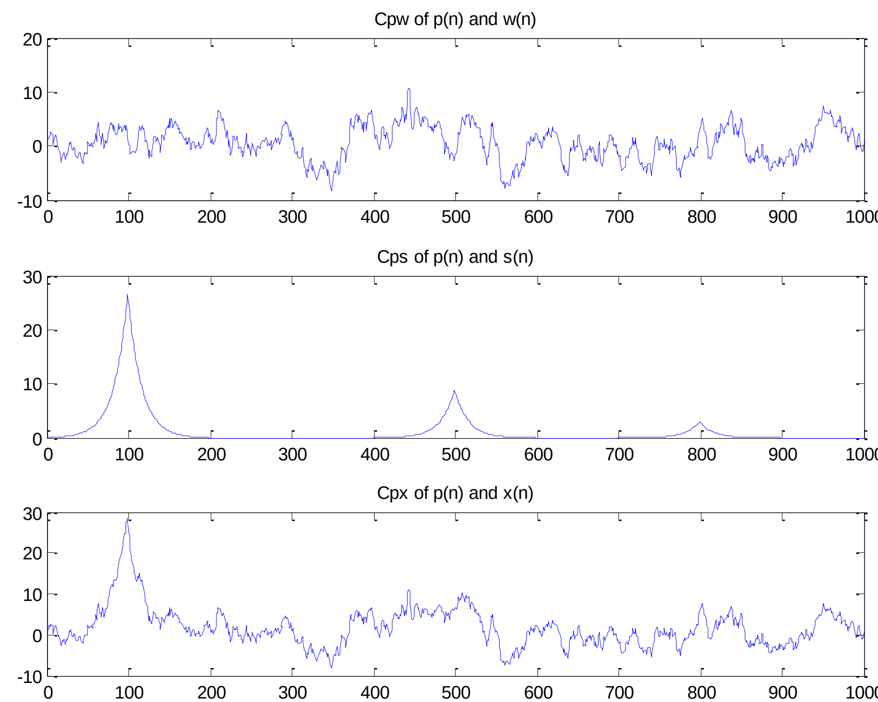
Vpw=circlel(p);Rpw=w*Vpw;
Vps=circlel(p);Rps=s*Vps;
Vpx=circlel(p);Rpx=x*Vpx;

Vpw=circler(p);Cpw=w*Vpw;
Vps=circler(p);Cps=s*Vps;
Vpx=circler(p);Cpx=x*Vpx;

实验三详解

13、模板信号为指数衰减波，A=3，噪声均值为0，方差为1，2种循环函数:





1001点循环相关函数

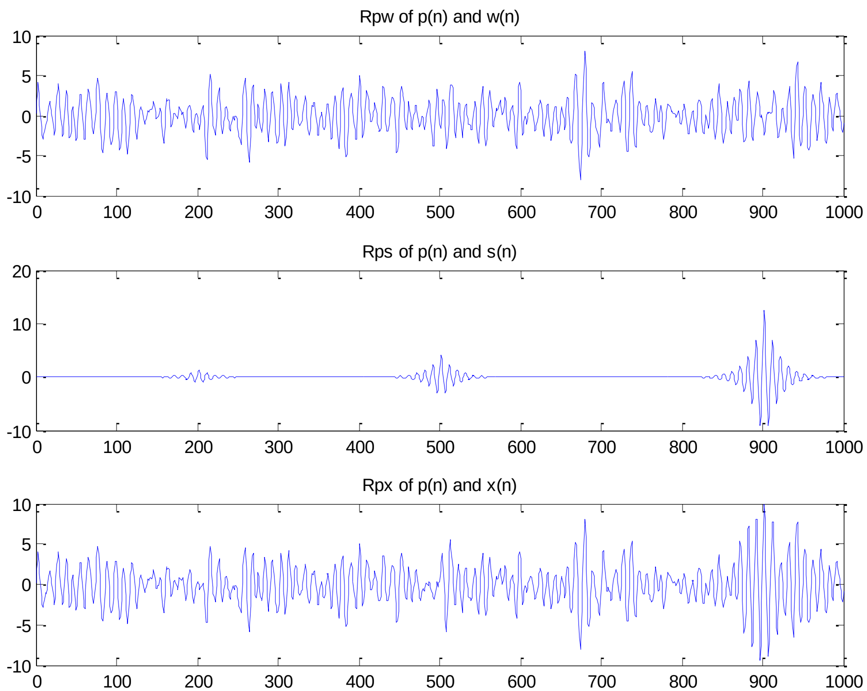
1001点循环卷积函数

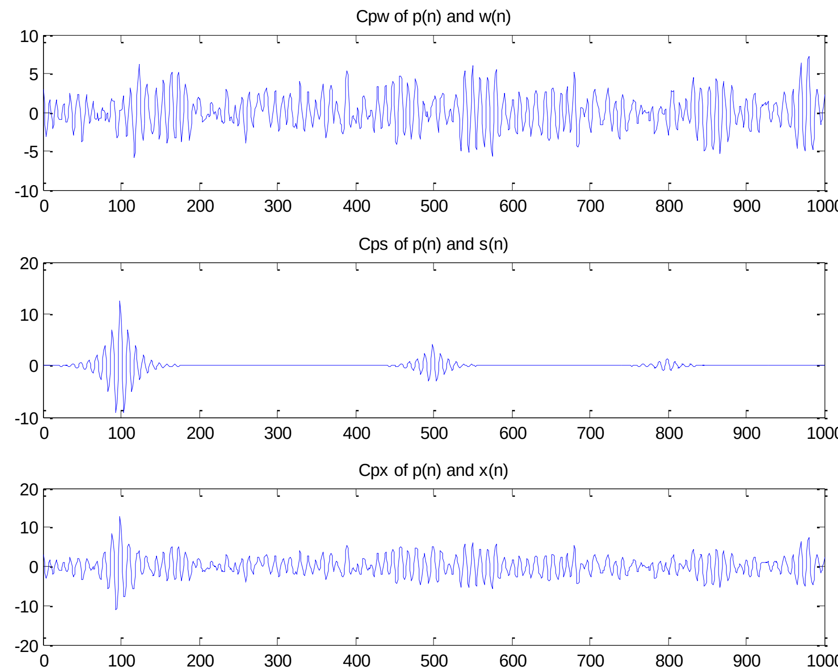
Vpw=circlel(p);Rpw=w*Vpw;
Vps=circlel(p);Rps=s*Vps;
Vpx=circlel(p);Rpx=x*Vpx;

Vpw=circler(p);Cpw=w*Vpw;
Vps=circler(p);Cps=s*Vps;
Vpx=circler(p);Cpx=x*Vpx;

实验三详解

14、模板信号为指数衰减正弦波，A=3，噪声均值为0，方差为1，2种循环函数：





1001点循环相关函数

1001点循环卷积函数

Vpw=circlel(p);Rpw=w*Vpw;
Vps=circlel(p);Rps=s*Vps;
Vpx=circlel(p);Rpx=x*Vpx;

Vpw=circler(p);Cpw=w*Vpw;
Vps=circler(p);Cps=s*Vps;
Vpx=circler(p);Cpx=x*Vpx;